

NO.

0051

ルジャンドル方程式（ $n = 2$ ）の多項式解とルジャンドル多項式 $P_2(x)$

ルジャンドル方程式

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n + 1)y = 0$$

において $n = 2$ とする。 $x = 0$ を正則点として $y = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ とおき、方程式に代入して係数 a_k の間の漸化式を導け。そのうえで $a_1 = 0$ の場合に得られる多項式解（偶数次のみからなる有限級数）を、 a_0 を用いて表せ。またこれを定数倍して $x = 1$ で値 1 をとるように正規化した多項式（ルジャンドル多項式 $P_2(x)$ ）を求めよ。

解答欄