

NO.

0069

波動方程式（両端固定）における三角波状初期変位のフーリエ級数解

次の波動方程式の初期値・境界値問題を解け。導出過程を示すこと。

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & (0 < x < L, t > 0) \\ u(0, t) &= 0, \quad u(L, t) = 0 & (t > 0) \\ u(x, 0) &= f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 & (0 \leq x \leq L)\end{aligned}$$

ただし初期変位は

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2h}{L} x & \left(0 \leq x \leq \frac{L}{2}\right) \\ \frac{2h}{L} (L - x) & \left(\frac{L}{2} \leq x \leq L\right) \end{cases}$$

（弦の midpoint を高さ h だけ持ち上げて静かに放した状態）で与えられるとする。フーリエ正弦級数の係数 b_n を求め、解 $u(x, t)$ を級数の形で表せ。

解答欄
