

NO.

0085

## 計画行列を用いた直線フィットの正規方程式の導出

データ点  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) に直線  $y = ax + b$  をフィットする最小二乗問題を、計画行列

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$$

を用いて  $\|\boldsymbol{y} - A\boldsymbol{x}\|^2$  の最小化として定式化し、正規方程式  $A^\top A \boldsymbol{x} = A^\top \boldsymbol{y}$  を導け。さらに、この行列形式が

$$(x_1, y_1) = (0, 1), \quad (x_2, y_2) = (1, 2), \quad (x_3, y_3) = (2, 2), \quad (x_4, y_4) = (3, 4)$$

というデータに対する偏微分による正規方程式と一致することを確認せよ。

解答欄

---

---

---

---

---

---

---

---

---