

NO.

0125

保存場の判定とポテンシャル関数による線積分の計算

ベクトル場

$$\mathbf{F}(x, y) = (2xy + \cos x, x^2 + 2y)$$

について、以下の問に答えよ。

- $\mathbf{F}$ が保存場 ($\mathbf{F} = \nabla\phi$ となるポテンシャル ϕ が存在する場) であることを、 xy 平面全体で $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$ が成り立つことを示すことで確認せよ。
- ポテンシャル関数 $\phi(x, y)$ ($\mathbf{F} = \nabla\phi$ 、すなわち $\phi_x = P$, $\phi_y = Q$) を求めよ。
- 経路によらないことを用いて、点 $(0, 0)$ から点 $(1, \pi)$ までの任意の滑らかな曲線 C に沿う線積分 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ を求めよ。

解答欄
