

NO.

0015

変数分離形の一般解（逆正接を用いる形）

変数分離形 $\frac{dy}{dx} = f(x)g(y)$ は $\frac{dy}{g(y)} = f(x) dx$ として両辺を積分することで解ける。

変数分離して

$$\frac{dy}{1+y^2} = \frac{dx}{1+x^2}$$

両辺を積分すると

$$\arctan y = \arctan x + C$$

よって

$$y = \tan(\arctan x + C) \quad (C \text{ は任意定数})$$

（検算: $\arctan y = \arctan x + C$ の両辺を x で微分すると $\frac{y'}{1+y^2} = \frac{1}{1+x^2}$ 、すなわち $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ となり元の方程式に一致する。）