

NO.

0086

x sin x の定積分（部分積分）

$f(x) = x, g'(x) = \sin x$ とおくと $f'(x) = 1, g(x) = -\cos x$ であるから、部分積分により

$$\int_0^{\pi/2} x \sin x \, dx = \left[-x \cos x \right]_0^{\pi/2} + \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx = \left[-x \cos x \right]_0^{\pi/2} + \left[\sin x \right]_0^{\pi/2}$$

ここで $\cos(\pi/2) = 0$ より第 1 項は $0 - 0 = 0$ 、第 2 項は $1 - 0 = 1$ であるから

$$\int_0^{\pi/2} x \sin x \, dx = 1$$

（検算: 原始関数は $-x \cos x + \sin x$ であり、微分すると $-\cos x + x \sin x + \cos x = x \sin x$ となり被積分関数に一致する。）