

NO.

0095

 $(x+1)/(x^2+x-2)$ の部分分数分解による積分

分母を因数分解すると $x^2+x-2=(x+2)(x-1)$ であるから

$$\frac{x+1}{(x+2)(x-1)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-1}$$

とおく。両辺に $(x+2)(x-1)$ を掛けると

$$x+1 = A(x-1) + B(x+2)$$

$x=1$ を代入すると $2=3B$ より $B=\frac{2}{3}$ 。 $x=-2$ を代入すると $-1=-3A$ より $A=\frac{1}{3}$ 。 よって

$$\int \frac{x+1}{x^2+x-2} dx = \int \left(\frac{1/3}{x+2} + \frac{2/3}{x-1} \right) dx = \frac{1}{3} \log|x+2| + \frac{2}{3} \log|x-1| + C$$

よって

$$\int \frac{x+1}{x^2+x-2} dx = \frac{1}{3} \log|x+2| + \frac{2}{3} \log|x-1| + C$$

(検算: $\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{3} \log|x+2| + \frac{2}{3} \log|x-1| \right] = \frac{1}{3(x+2)} + \frac{2}{3(x-1)} = \frac{(x-1)+2(x+2)}{3(x+2)(x-1)} = \frac{3x+3}{3(x^2+x-2)} = \frac{x+1}{x^2+x-2}$ となり一致する。)