

NO.

0099

 $\sin^3(2x^2 + 1)$ の導関数（連鎖律）

$u = 2x^2 + 1$ とおくと $y = \sin^3 u = (\sin u)^3$ であり、 $u' = 4x$ 。外側の $(\cdot)^3$ 、内側の $\sin u$ 、さらに内側の u という多重合成に連鎖律を繰り返し適用する。

$$\frac{dy}{du} = 3 \sin^2 u, \quad \frac{d(\sin u)}{dx} = \cos u \cdot u'$$

より

$$y' = 3 \sin^2 u \cdot \cos u \cdot u' = 3 \sin^2(2x^2 + 1) \cos(2x^2 + 1) \cdot 4x$$

整理すると

$$y' = 12x \sin^2(2x^2 + 1) \cos(2x^2 + 1)$$

（検算: $x = 0$ のとき $u = 1$ で $y'(0) = 12 \cdot 0 \cdot (\cdots) = 0$ 。実際 $y(x) = \sin^3(2x^2 + 1)$ は偶関数 ($x \rightarrow -x$ で不変) なので、微分可能ならば $y'(0) = 0$ でなければならず、整合している。）