

NO.

0100

 x^x の導関数（対数微分法）

底・指数がともに x の関数であるため、両辺の自然対数をとる対数微分法を用いる。

$$\ln y = x \ln x$$

両辺を x で微分すると、左辺は合成関数の微分（連鎖律）により $\frac{y'}{y}$ 、右辺は積の微分公式により $\ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$ となるから

$$\frac{y'}{y} = \ln x + 1$$

よって

$$y' = x^x (\ln x + 1)$$

（検算: $x = 1$ のとき $y = 1^1 = 1$, $y'(1) = 1 \cdot (\ln 1 + 1) = 1$ 。実際 $x^x = e^{x \ln x}$ を直接微分すると $y' = e^{x \ln x} \cdot (\ln x + 1) = x^x (\ln x + 1)$ となり一致する。）