

NO.

0101

arcsin x の逆関数の微分法による導関数の導出

$x = \sin y$ ($-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$) において両辺を x で微分すると

$$1 = \cos y \cdot \frac{dy}{dx}$$

この範囲で $\cos y > 0$ なので $\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y} = \sqrt{1 - x^2}$ 。したがって

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

(検算: $x = 0$ のとき $y = 0$ で $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-0}} = 1$ 。実際 $y = \arcsin x$ は原点付近で $y \approx x$ なので傾き 1 と整合する。)