

NO.

0102

$\arctan x$ の逆関数の微分法による導関数の導出

$x = \tan y$ ($-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$) とおいて両辺を x で微分すると

$$1 = \sec^2 y \cdot \frac{dy}{dx} = (1 + \tan^2 y) \frac{dy}{dx} = (1 + x^2) \frac{dy}{dx}$$

したがって

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1 + x^2}$$

(検算: $x = 1$ のとき $y = \arctan 1 = \frac{\pi}{4}$ で傾きは $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$ 。 $\tan y$ の逆関数として、 $x = 1$ 付近で $\tan y$ の傾き $\sec^2(\pi/4) = 2$ の逆数 $\frac{1}{2}$ と一致する。)