

NO.

0103

 $\arccos(3x)$ の導関数

逆関数の微分法により、 $y = \arccos x$ ($0 < y < \pi$) とおくと $x = \cos y$ から

$$1 = -\sin y \cdot \frac{dy}{dx} \implies \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (\because 0 < y < \pi \text{ では } \sin y > 0)$$

すなわち $\frac{d}{dx} \arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ である。連鎖律よりこれに合成関数の微分公式 $\frac{d}{dx} \arccos u = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$ を適用する。

$u = 3x$ とおくと $y = \arccos u$ 、 $u' = 3$ であるから

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{\sqrt{1-(3x)^2}}$$

したがって

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = -\frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} \quad \left(-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}\right)}$$

(検算: $x = 0$ のとき $y = \arccos 0 = \pi/2$ 。 h を微小量として $y(h) = \arccos(3h) \approx \frac{\pi}{2} - 3h$ ($\because \arccos(\varepsilon) \approx \pi/2 - \varepsilon$) であり、傾き -3 は上式に $x = 0$ を代入した値 $-3/\sqrt{1-0} = -3$ と一致する。)