

NO.

0105

 $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ の導関数

積の微分法と合成関数の微分法（連鎖律）を用いる。第 1 項 $x \arcsin x$ は

$$\frac{d}{dx}(x \arcsin x) = 1 \cdot \arcsin x + x \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

第 2 項 $\sqrt{1-x^2} = (1-x^2)^{1/2}$ は

$$\frac{d}{dx}\sqrt{1-x^2} = \frac{1}{2}(1-x^2)^{-1/2} \cdot (-2x) = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

したがって

$$\frac{dy}{dx} = \left(\arcsin x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right) + \left(-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \right) = \arcsin x$$

すなわち

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \arcsin x}$$

(検算: $x=0$ のとき $y(0) = 0 \cdot 0 + 1 = 1$ 、 $y'(0) = \arcsin 0 = 0$ 。実際 $y = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ は $x=0$ で極値（極小値 1）をとる偶関数であり、 $y'(0) = 0$ と整合する。さらに一般の x で $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ の項が打ち消し合う構造になっており、計算過程にも矛盾はない。)