

NO.

0123

パラメータ表示された曲線に沿う線積分

$x = t, y = t^2$ より $dx = dt, dy = 2t dt$ 。 よって

$$\begin{aligned}\int_C y dx + x^2 dy &= \int_0^1 [t^2 \cdot 1 + t^2 \cdot 2t] dt = \int_0^1 (t^2 + 2t^3) dt \\ &= \left[\frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}\end{aligned}$$

したがって

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \frac{5}{6}$$

(検算: 被積分関数 $t^2 + 2t^3$ を $[0, 1]$ で数値積分しても $\frac{5}{6} \approx 0.8333$ と一致する。原始関数の微分は $\frac{d}{dt} \left(\frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{2} \right) = t^2 + 2t^3$ で被積分関数に戻る。)